on (U_n) est décroissante

et minorée par 0

Donc (U_n) est convergente

c-)Montrer que pour tout n de IN ,$0 \leq u_n \leq \frac{1}{2n+1}$, puis déduire la limite de la suite.

on $U_n \geq 0$

on $U_n = \int_0^1 \frac{t^{2n+2}}{1+t^2}\,dt$

on $t^2 \leq 1+t^2$

$\Rightarrow \frac{t^2}{1+t^2} \leq 1 \quad \forall t \in [0,1]$

$\Rightarrow \frac{t^2}{1+t^2} \cdot t^{2n} \leq t^{2n}$

$\Rightarrow \frac{t^{2n+2}}{1+t^2} \leq t^{2n}$

les fonctions $t \longmapsto \frac{t^{2n+2}}{1+t^2}$ et $t \longmapsto t^{2n}$

sont continues sur $[0,1]$